Auswertung von Lichtkurven: Extrema-Suche und Fehlerabschätzung

Hans Jungbluth

Als ich mit der CCD-Beobachtung und deren Auswertung begann, stellte sich mir die Frage, wie man solche Beobachtungen nach Extremwertzeit und dem dazu gehörenden Fehler auswerten könnte. Da man in der Literatur und auch innerhalb der BAV dazu nicht viel findet, möchte ich hier einmal beschreiben, was ich gefunden habe und auch selbst benutze.
Im wesentlichen aus mathematischen Grundroutinen und aus D. Ghedini [1] habe ich mir Auswerteprogramme für die in der Tabelle aufgeführten Methoden geschrieben. Hierbei bedeutet in der Spalte "geeignet für" ein EA bzw. RR, daß das Verfahren für Bedeckungssterne bzw. RR-Lyrae-Sterne geeignet ist. Die Spalte "Eingriff nötig" sagt, ob das Programm mit oder ohne Aktivität durch den Auswerter arbeitet.

Methode	geeignet für	Eingriff nötig	Fehlerabschätzung	Bemerkungen
Polynom	EA / RR	ja	von JU	z.B. in "Peranso"
Splinefunktion	EA / RR	ja	von JU	
Pogson	EA / RR?	ja	ja	von Achterberg
Kwee van Woerden	EA	nein	ja	
"gleitende Integrale"	EA	nein	ja	
Polygonzug	EA	nein	ja	"tracing paper method"

1) Die Polynom-Methode:
Hierbei werden die Messpunkte durch Polynome approximiert. Will man es besonders gut machen, benutzt man hierzu sog. "orthogonale Polynome", ohne Komentar, was das ist (siehe Bild 1). Eingreifen muss man hier, indem man einen geeigneten Polynomgrad auswählen muss. Den Polynomgrad kann man nur nach Augenschein wählen; die Kurve muss so an den Messpunkten entlang laufen, wie man das selbst auch mit dem Kurvenlineal machen würde! Hierbei sollte man auf einen glatten Kurvenverlauf ohne Wellen achten. Hat man den Polynomgrad gewählt, kann man die

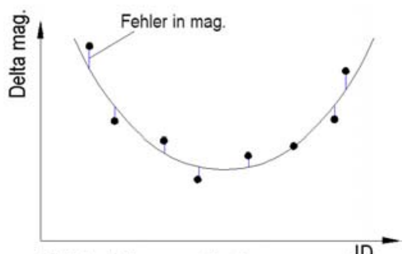

Bild 1 : Polynommethode

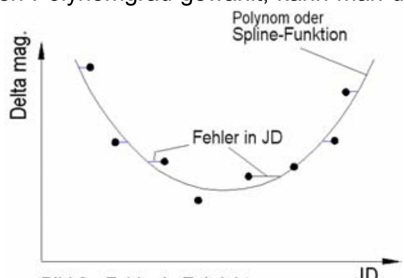

Bild 2 : Fehler in Zeitrichtung

Zeit des Extremwerts im Programm ausrechnen, ebenso wie die Standardabweichung in mag.; sie gibt an, wie genau das Polynom die Messpunkte trifft.
Eine Abschätzung des Fehlers der Extremwertzeit kann man machen, indem man (siehe Bild 2) den Fehler der Messpunkte gegen das Polynom nicht wie oben in mag.-Richtung sondern in Zeitrichtung berechnen läßt. Die Standardabweichung dieser Fehler ist dann ein Maß für den Fehler in der Extremwertzeit. Messpunkte, die unter- oder oberhalb des Extremwertes liegen, muß man dabei ausschließen.

2) Die Spline-Methode:
Dies ist nichts anderes als die Polynom-Methode, nur dass man statt Polynomen eben Spline-Funktionen nimmt. Alles andere gilt genau so. Statt des Polynomgrads wählt man hier sog. "Gewichte" der Messwerte, um eine glatte Kurve zu erzeugen, die sich den Messwerten gut anschmiegt ohne wellig zu sein.
Die Fehlerabschätzung kann man wie bei der Polynom-Methode durchführen.

3) Die Pogson-Methode
Bei dieser Methode legt man auch zunächst ein Polynom durch die Messwerte wie oben beschrieben (siehe Bild 3). Dann legt man Parallelen zur Zeitachse durch die Lichtkurve, hier die gestrichelten Linien. Die jeweils zwei Schnittpunkte mit dem Polynom halbiert man; das gibt die offenen Kreise. Durch diese legt man wieder ein Polynom, die strichpunktiere Linie, und schneidet sie mit der Lichtkurve. Dies ist der Extremwert der Lichtkurve. Die Pogson-Methode eignet sich von ihrer Art her für symetrische Lichtkurven. Dies sind die EA-Sterne. Man kann sie aber auch für RR-Lyrae-Sterne anwenden, wenn auch mit etwas Vorsicht.
In dem Programm "Maxmin" von Achterberg ist dieses Verfahren eingebaut und es wird auch eine gut dokumentierte Fehlerabschätzung dazu gegeben.

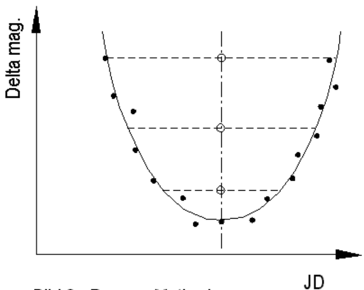

Bild 3 : Pogson-Methode

4) Die Methode von Kwee van Woerden
Diese Methode wird wohl in der Fachastronomie oft angewandt. Sie eignet sich eigentlich nur für Bedeckungssterne. Hierbei werden die Messpunkte des linken Teils der Lichtkurve an einer gewählten Spiegelachse auf die rechte Seite der Lichtkurve

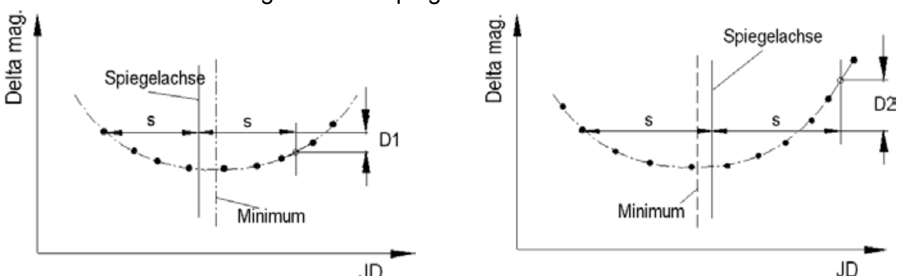

Bild 4 : Kwee van Woerden

gespiegelt (siehe Bild 4 links). Dort werden sie gegenüber ihren Partner auf der rechten Seite eine mag.-Differenz D1 haben. Verschiebt man jetzt die Spiegelachse nach rechts (siehe Bild 4 rechts), so werden die gespiegelten Punkte rechts jetzt eine andere mag.-Differenz D2 gegen ihre Partner auf der rechten Seite haben. Diese Verschiebung der Spiegelachse wiederholt man ein drittes mal und trägt sodann die D1, D2 und D3 über der Verschiebung auf. Eine quadratische Interpolation liefert dann den Wert der Verschiebung bei D = 0. Dies ist die gesuchte Stelle des Minimums.
Für Kwee van Woerden wird in [1] die Beziehung für den Fehler in der Minimumszeit angegeben.

5) Die Methode der "gleitenden Integrale"
Auch diese Methode ist nur für Bedeckungssterne geeignet. Bild 5 zeigt, worum es dabei geht. Man wählt einen Zeitbereich, in Bild 5 dargestellt durch die zwei schraffierten Flächen. Sodann berechnet man das Integral J1 für die linke und J2 für die rechte Hälfte des Zeitbereichs. Das Integral J sei dann : J = J1 - J2. In der in Bild 5 dargestellten Situation wird J positiv sein, da die Fläche J1 größer als die Fläche J2 ist. Jetzt verschiebt man den Zeitbereich unter Beibehaltung seiner Breite etwas nach rechts; die Balken unter den Diagramm mit den Punkten in der Mitte sollen dies verdeutlichen. Man macht dieselbe Rechnung jetzt erneut. Das Integral J = J1 - J2

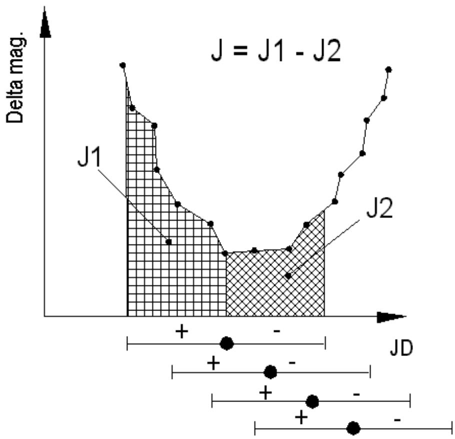

Bild 5 : "gleitende Integrale"

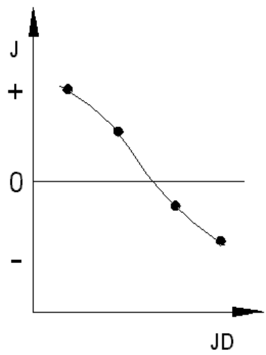

Bild 6 : J = f (JD)

wird kleiner geworden sein, weil J1 kleiner wird, J2 aber größer. Dieses Verschieben und neu rechnen macht man jetzt weiter bis der rechte Rand des Integrals J2 das rechte Ende der Lichtkurve erreicht.
Zum Schluß trägt man die Werte der Integrale J auf über der jeweiligen Mitte des Integrationsbereichs, dargestellt durch die Punkte in den Bereichsbalken. Man erhält dann z.B. ein Diagramm etwa wie Bild 6. Dort wo J = 0 ist liegt das Minimum der Lichtkurve.
Auch für die Methode der "gleitenden Integrale" findet man in [1] Angaben, wie der Fehler der Minimumszeit zu berechnen ist.

6) Die Polygonzug-Methode

Bei der Polygonzug-Methode werden wieder die Punkte des linken Lichtkurventeils an einer Spiegelachse nach rechts gespiegelt. Dies ist in Bild 7 dargestellt. Nun verbindet man auf der rechten Seite die originalen und die gespiegelten Punkte miteinander. Es entsteht ein Polygonzug, dessen Länge man berechnet. Auch jetzt verschiebt man wieder die Spiegelachse systematisch in Stufen z.B. nach rechts. Es entsteht jedesmal ein neuer Polygonzug mit einer anderen Länge. Für den Polygonzug mit der kleinsten Länge liegt die Spiegelachse genau am gesuchten Minimum der Lichtkurve.

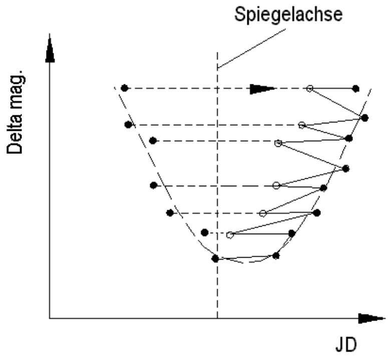

Bild 7 : Polygonzug - Methode

Bei [1] findet sich auch hier die Formel zur Berechnung des Fehlers der Minimumszeit.

Für alle sechs hier besprochenen Auswertemethode habe ich mir FORTRAN-Programme geschrieben und ich benutze sie auch sämtlich. Erstaunlich ist, daß bei guten Lichtkurven mit wenig Steuung der Messpunkte alle sechs Verfahren Ergebnisse liefern, welche nahe beeinander liegen. Aus den Ergebnissen der sechs so ermittelten z.B. Minimumszeiten könnte man auch schon wieder eine weitere Fehlerabschätzung der echten Minimumszeit erstellen !

Zu den beiden ersten Verfahren, Polynom- und Spline-Methode, ist es absolut notwendig, eine grafische Ausgabe von Lichtkurvenpunkten und gerechneter Funktion am Bildschirm zu haben. Man muss ja beurteilen, ob der Polynomgrad oder die "Gewichte" korrekt gewählt sind, ob die Messpunkte von der Funktion brauchbar approximiert werden. Das gilt auch für das Pogson-Verfahren, bei dem man ja auch zunächst ein Aproximationspolynom durch die Messpunkte legen muss.

Fehlerabschätzungen sind stets Schätzungen, mehr nicht ! Dennoch fällt auf, daß bei den sechs beschriebenen Verfahren die Fehlerangaben bei Kwee van Woerden ziemlich klein herauskommen. Das Polygonzug-Verfahren liefert wiederum recht grosse Fehlerangaben.

In der ersten Tabelle, die alle sechs vorgestellten Methoden auflistet, wurde nur bei den ersten drei ein Eingriff des "Auswerters" für nötig befunden. Natürlich kann man sämtliche Auswertemethode auch noch dadurch beeinflussen, indem man die Anzahl der zur Auswertung benutzen Messpunkte einschränkt. Man kann Messpunkte weit vor oder hinter dem gesuchten Extremwert weglassen, wenn man der Meinung ist, daß sie auf das gesuchte Ergebnis, nämlich den Zeitpunkt des Extremwerts, keinen sinnvollen Einfluss haben können.

Literatur:

[1] Ghedini S. ; Software for Photometric Astronomy; 1982 ; Willmann-Bell, Inc.

H.Jungbluth, Kaiserallee 22, 76185 Karlsruhe , Tel : 0721 / 842657
e-mail : hans.jungbluth@mach.uni-karlsruhe.de